〔G.N / 15〕 **ARABISCHE REPUBLIK ÄGYPTEN** 〔٥٤ / م〕 ث.ع / أ / ح

Ministerium für Erziehung und Unterricht

Oberschulabschlussprüfung 2015

〔 Das neue System – Erste Prüfung 〕

Reine Mathematik 〔 Alegebra und Räumliche Geometrie 〕 Zeit: 2 Stunden

الرياضيات البحتة 〔 الجبر والهندسة الفراغية 〕 باللغة الألمانية

تنبيه مهم : ١ ـ يسلم الطالب ورقة امتحانية باللغة العربية مع الورقة المترجمة .

٢ ـ الإجابات المتكررة عن أسئلة الاختيار من متعدد لن تقدر ويتم تقدير الإجابة الأولى فقط .

Bemerkung: **1.** Taschenrechner ist erlaubt

2. $\{1, \omega, \omega^2\}$ sind die Kubikwurzeln der ganzen Zahl Eins und $i^2 = -1$

Erstens:Beantworten Sie NUR EINE von der Fogenden Zwei Aufgaben: 〔 الأسئلة فى صفحتين 〕

Aufgabe 1: Ergänzen Sie die folgenen Aussagen: (6 Punkte)

a) Wenn eine ungerade 5-stellige Zahl mit verschiedenen Ziffern mit Hilfe der Ziffern 1,2,3,4,5,6,8 gebildet wird, dann ist die Anzahl der Zahlen, die Man bilden kann, gleich …..... .

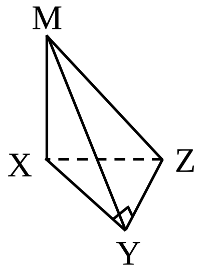
b) Der nummerische Wert von dem Betrag: $(2 + 5\omega + 2\omega^2)^6$ ist gleich ………… .

c) Sind zwei sich schneidende Geraden in einer Ebene parallel zu zwei anderen sich schneidenden Geraden in einer anderen Ebene, so sind …………

d) Wenn ABCDA'B'C'D' ein Quader ist, dann ist das Maβ des Winkels zwischen $\overline{AB}$ und $\overline{B'C'}$ gleich ………… $^\circ$.

e) In dem Würful ABCDA'B'C'D', wenn die Oberfläche des Dreieckes BA'C' gleich $50\sqrt{3}$ cm^2 ist, dann ist sein Volumen gleich ………… cm^3.

f) **In der gegenüberstehenden Abbildung:**



MXYZ ist eine dreieckige Pyramide. Ihre Grundbasis ist das gleichschenkilge Dreieck XYZ , das in Y rechtwinkelig ist. Wenn $\overline{MX} \perp$ Epene XYZ ist, dann ist das Maβ des Keilwinkels Y $-\overleftrightarrow{MX}-$ Z gleich …..… $^\circ$.

Aufgabe 2: Wählen Sie die richtige Antwort aus der gegebenen Lösungen aus: (6 Punkte)

a) Der nummerische Wert vom Betrag: $e^{bi} - e^{-bi}$ = …………

[-2 oder null oder 1 oder 2]

b) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x+1 & 1 \\ 1 & 1 & y+1 \end{vmatrix}$ = ………… [null oder $x + y$ oder xy oder $-xy$]

c) Sind zwei Geraden senkrecht zu einer Ebene , so sind sie …………

[parallel oder schneidend oder windschief oder senkrecht]

d) In einer dreieckige gleichmässige Pyramide ist die Länge seiner Kante gleich L und seine Höhe ist h . Dann ist $\frac{h^2}{L^2}$ = …………

[$\frac{3}{2}$ oder $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ oder $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ oder $\frac{2}{3}$]

〔 بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية 〕

رُوجع ومطابق للأصل اليدوى ويطبع على مسئولية اللجنة الفنية ،

التوقيع	الاسم	التوقيع	الاسم

e) Wenn !AB zu einer Ebene mit Winkel von Maβ 60 ̊ neigt und die Länge der Projektion von

!AB in der Ebene gleich 10 cm ist, dann ist AB = ……… cm.

[$10\sqrt{3}$ oder 20 oder $20\sqrt{3}$ oder 5]

f) Wenn die Nebenhöhe einer regelmässigen dreieckigen Pyramide gleich $10\sqrt{3}$ cm ist, dann ist die Summe von den Oberflächen alle seiner Seiten gleich ………… cm^2

[$400\sqrt{3}$ oder $80\sqrt{3}$ oder $120\sqrt{3}$ oder $800\sqrt{3}$]

<u>Zweitens</u> : <u>Beantworten Sie die folgenden Aufgaben</u>:

<u>Aufgabe 3</u>: (8 Punkte)

a) **(i)** Wenn $^{m+n}P_2 = 182$, $^{n-1}C_3 = 84$, finden Sie den Wert von m und n.

(ii) Wenn die zwei mittleren Terme in der Entwicklung von $\left(\frac{2}{x} + \frac{x^3}{8}\right)^9$ gleich sind,

finden Sie den Wert von x.

b) Ohne die Determinante auszurechnen beweisen Sie, dass: $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x \\ x & 1 & x \end{vmatrix} = (x-1)^2$

<u>Aufgabe 4</u>: (8 Punkte)

a) Wenn $z = \frac{-16}{1-\sqrt{3}\,i}$, schreiben Sie z in die trigonometrische Form, dann finden Sie die Kubikwurzeln von z in die Exponentialform.

b) In ! ABC, Wenn : $c\cos A + a\cos C = b$,
$b\cos A + a\cos B = c$,
$c\cos B + b\cos C = a$,

Mit Hife der Cramersche Regel beweisen Sie, dass: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

<u>Aufgabe 5</u>: (8 Punkte)

a) MXYZ ist eine dreieckige Pyramide. L ist der Mittelpunkt von !XY . Eine Ebene wird parallel zu jeden von !MX und !YZ gezeichnt. Die Ebene geht durch den Punkt L und schneidet !MY, !MZ und !XZ in den Punkten N,P und Q bez. Beweisen Sie ,dass LNPQ eine Parallelogram mit Umfang MX + YZ ist .

b) MABCD ist eine viereckige rechtwinklige Pyramide mit Basis ABCD ein Qudrat mit Seitenlänge 48 cm und seine Durchmesser schneiden sich im Punkt N. Wenn E der Mittelpunkt von !AB und MN = 24 cm ist:

(i) Beweisen Sie, dass : Ebene MAC ‘ Ebene ABCD.

(ii) Beweisen Sie, dass : !AB ‘ Ebene MNE.

(iii) Finden Sie m (∠ M – AB – D)

[انتهت الأسئلة]

رُوجع ومطابق للأصل اليدوى ويطبع على مسئولية اللجنة الفنية ،

الاسم	التوقيع	الاسم	التوقيع

جمهورية مصر العربية
وزارة التربيــة والتعليـم
امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة
لعام ٢٠١٥ م
نموذج إجابة [الرياضيات البحتة " الجبر والهندسة الفراغية بالألمانية "]

الدرجة العظمى (٣٠)
الدرجة الصغرى (ــ)
عدد الصفحـات(٦)

Aufgabe (1): (6 Punkte): Einen Punkt für jeden Teil

a) $3 \cdot {}^{6}P_{4}$ oder 1080 **1**

b) 729 **1**

c) Die Ebenen sind parallel **1**

d) 90 **1**

e) 1000 **1**

f) 45 **1**

(تراعى الاجابات الأخرى)

Aufgabe (2): (6 Punkte): Einen Punkt für jeden Teil

a) null 1

b) $x\,y$ 1

c) Parallel 1

d) $\frac{2}{3}$ 1

e) 20 1

f) $400\sqrt{3}$ 1

(تراعى الاجابات الأخرى)

Aufgabe (3): (8 Punkte): (a) 4 Punkte, (b) 4 Punkte

a) (i) $\because {}^{m+n}P_2 = 182 = 14 \times 13 = {}^{14}P_2,$

$\therefore m + n = 14 \dots\dots\dots\dots (1)$ **0,5**

$\because {}^{n-1}C_3 = 84 \Longrightarrow \frac{{}^{n-1}P_3}{\lfloor 3} = 84$ **0,5**

$\therefore {}^{n-1}P_3 = 9 \times 8 \times 7 = {}^{9}P_3 \quad \Longrightarrow n = 10$ **0,5**

von (1) $\therefore m = 4$ **0,5**

(ii) $\because T_5 = T_6 \quad \Longrightarrow \frac{T_5}{T_6} = 1$ **0,5**

$\therefore \frac{9-5+1}{5} \times \frac{x^4}{16} = 1$ **0,5** $\quad \Longrightarrow x^4 = 16$ **0,5**

$\therefore x = \pm 2$ **0,5**

b) $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x \\ x & 1 & x \end{vmatrix} \quad R_3 \to R_3 - R_1$

$= \begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x \\ 0 & 0 & x-1 \end{vmatrix}$ **1,5** $\quad C_1 \to C_1 - C_2$

$= \begin{vmatrix} x-1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & x-1 \end{vmatrix}$ **1,5**

$= (x-1)(1)(x-1)$ **0,5**

$= (x-1)^2$ **0,5**

(تراعى الاجابات الأخرى)

Aufgabe (4): (8 Punkte): (a) 4 Punkte, (b) 4 Punkte

a) $z = \frac{-16}{1-\sqrt{3}\,i} \times \frac{1+\sqrt{3}\,i}{1+\sqrt{3}\,i} = \frac{-16(1+\sqrt{3}\,i)}{4}$

$\therefore z = -4 - 4\sqrt{3}\,i$ **0,5**

$\therefore |z| = \sqrt{16+48} = 8$ **0,5**

$\cos\theta = \frac{-1}{2} \quad \Longrightarrow \quad \theta = \frac{4\pi}{3}$ **0,5**

$\therefore \quad z = 8\,[cos\,\frac{4\pi}{3} + i\sin\,\frac{4\pi}{3}\,]$ **0,5**

$\therefore \sqrt[3]{z} = 2\,[\,cos\,\frac{\frac{4\pi}{3}+2n\pi}{3}i + i\sin\,\frac{\frac{4\pi}{3}+2n\pi}{3}]\,, n = 0\,;\,1\,;\,2$ **0,5**

Wenn $n = 0 \implies dann \;\; \sqrt[3]{z} = 2[\cos\frac{4\pi}{9} + i\sin\,\frac{4\pi}{9}] = 2e^{\frac{4\pi}{9}i}$ **0,5**

Wenn $n = 1 \implies dann \;\; \sqrt[3]{z} = 2\,[\,\cos\frac{10\pi}{9} + i\sin\,\frac{10\pi}{9}] = 2e^{\frac{10\pi}{9}i}$ **0,5**

Wenn $n = 2 \implies dann \;\; \sqrt[3]{z} = 2\,[\,\cos\frac{16\pi}{9} + i\sin\,\frac{16\pi}{9}] = 2e^{\frac{16\pi}{9}i}$ **0,5**

b) $\Delta = \begin{vmatrix} c & 0 & a \\ b & a & 0 \\ 0 & c & b \end{vmatrix}$ **0,5** $= c(ab-0) + a(bc-0) = 2abc$ **1**

$\Delta_1 = \begin{vmatrix} b & 0 & a \\ c & a & 0 \\ a & c & b \end{vmatrix} = b(ab-0) + a(c^2-a^2) = a(b^2+c^2-a^2)$ **1**

$\therefore \cos A = \frac{\Delta_1}{\Delta}$ **0,5** $\implies \cos A = \frac{a(b^2+c^2-a^2)}{2abc}$ **0,5**

$\therefore \cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ **0,5**

(تراعى الاجابات الأخرى)

Aufgabe (5): (8 Punkte): (a) 4 Punkte, (b) 4 Punkte

a) $\because \overline{MX} \,//\, \text{Ebene } \alpha, \overline{MX} \subset \text{Ebene } MXY,$

Ebene $MXY \cap$ Ebene $\alpha = \overline{NL}$

$\therefore \overline{MX} \,//\, \overline{NL}$ ....(1) **0,5**

Ähnlich

$\overline{MX} \,//\, \overline{PQ}$ ....(2)

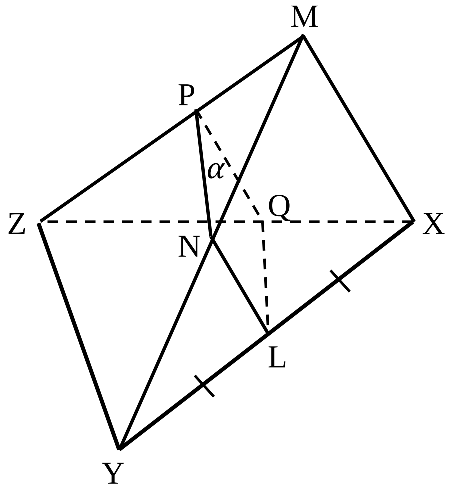
von (1), (2)

$\therefore \overline{NL} \,//\, \overline{PQ}$ ....(3) **0,5**

Auch $\because \overline{YZ} \,//\, \text{Ebene } \alpha, \overline{YZ} \subset \text{Ebene } XYZ,$

Ebene $XYZ \cap$ Ebene $\alpha = \overline{LQ}$

$\therefore \overline{YZ} \,//\, \overline{LQ}$ ....(4) **0,5**



0,5 Für die Zeichnung

Ähnlich

$\overline{YZ} \,//\, \overline{NP}$ ....(5)

von (4), (5)

$\therefore \overline{NP} \,//\, \overline{LQ}$ ....(6) **0,5**

von (3), (6)

$\therefore$ *Die Figur LNPQ ist eine Parallelogramm* **0,5**

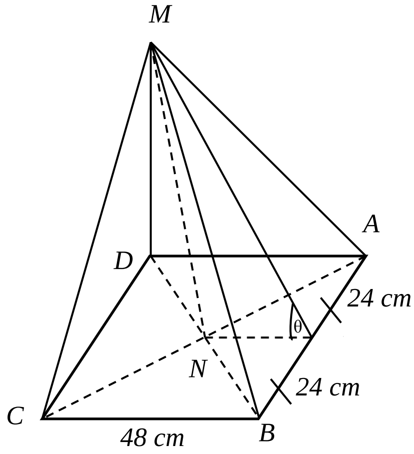
$\because L$ ist der Mittelpunkt von $\overline{XY}$.

N ist der Mittelpunkt von $\overline{MY}$

$\therefore LN = QP = \frac{1}{2} MX$

Ähnlich $LQ = NP = \frac{1}{2} YZ$ **0,5**

$\therefore$ Der Umfang von der Parallelogramm $LNPQ = 2NL + 2NP = MX + YZ$ **0,5**



0,5 Für die Zeichnung

b) (i) $\because \overline{MN} \perp$ Ebene $ABCD, \overline{MN} \subset$ Ebene MAC

$\therefore$ Ebene $MAC \perp$ Ebene $ABCD$ **1**

(ii) In $\triangle MAB: \because MA = MB,$

E ist der Mittelpunkt von $\overline{AB}$

$\therefore \overline{ME} \perp \overline{AB}$

$\because \overline{MN} \perp$ Ebene $ABCD, \overline{ME}$ ist schief, $\overline{ME} \perp \overline{AB}$

$\therefore$ Ihre Projektion $\overline{NE} \perp \overline{AB}$ **0,5**

$\therefore \overline{AB} \perp$ Ebene MNE **0,5**

(iii) $\because \overline{AB} \perp$ die beiden von $\overline{ME}, \overline{NE}$

$\therefore \angle MEN$ ist ein Ebenenwinkel des Keilwinkels $M - \overleftrightarrow{AB} - D$ **0,5**

$\because EN = \frac{1}{2} BC = 24\ cm$

$\therefore \tan\theta = \frac{MN}{NE}$

$\therefore \tan\theta = \frac{24}{24} = 1$ **0,5**

$\therefore \theta = 45°$ **0,5**

(تراعى الاجابات الأخرى)

انتهى نموذج الإجابة